1. Розрахувати для n–го енергетичного стану одновимірного осцилятора середні значення $\langle x\rangle$ та $\langle x^2\rangle$, $\langle p\rangle$ та $\langle p^2\rangle$.

2. Розрахувати ефект Штарка для атому водню, що знаходиться в постійному електричному полі в станах з $n=1$ та $n=2$.

3. Знайти співвідношення між ядрами $L(x,x')$ та $L(p,p')$ оператора $\widehat{L}$ в x - та p -представленнях.

4. Знайти хвильову функцію зарядженої частинки, що знаходиться в постійному електричному полі. (Вказівка. Використати імпульсне представлення).

5. Розрахувати рівні енергії та хвильові функції частинки зі спіном $S=1$ (в одиницях $\hbar$), якщо гамільтоніан має вигляд

$$\widehat{H}=A\widehat{S_x^2}+B\widehat{S_y^2}+C\widehat{S_z^2}\,,$$

де A, B, C – довільні сталі, і

$$\widehat{S}_x=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\,,\quad \widehat{S}_y=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix}\,,\quad \widehat{S}_z=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix}.$$

6. Розрахувати для системи двох електронів власні значення та власні вектори операторів $\widehat{\boldsymbol{S}^2}$ та $\widehat{S}_z$, де $\widehat{\boldsymbol{S}}=\frac{1}{2}(\widehat{\boldsymbol{\sigma}}_1+\widehat{\boldsymbol{\sigma}}_2)$.

7. Застосувати стаціонарну теорію збурень і знайти в першому та другому наближенні рівні енергії та хвильові функції частинки в полі

$$V(x)=\frac{1}{2}m\omega^2x^2+\alpha x^3$$

– ангармонічний осцилятор.

8. Розрахувати для основного стану атома водню середні значення $\langle r\rangle$ та $\langle r^2\rangle$.

9. Знайти прямим варіаційним методом енергію основного стану атому водню, вибравши хвильову функцію у вигляді:

$$\psi=A(1+\alpha r)e^{-\alpha r}\,.$$

10. Знайти власні значення та власні вектори операторів Паулі σ_x, σ_y, σ_z.

11. Довести, що не існує жодного ненульового власного стану для оператора народження a^+.

12. Знайти коефіцієнт відбиття R та проходження D для потенціального бар'єру

$$V(x)=V_0-\alpha x^2$$

у квазікласичному наближенні. Енергія частинки $E<V_0$.

13. Знайти коефіцієнт відбиття R та проходження D для потенціального бар'єру:

$$V(x)=\begin{cases}0\,, & x<0\,,\\ V_0\,, & x>0\,.\end{cases}$$

14. У ВКБ-наближенні оцінити коефіцієнт проходження через одновимірний потенціал

$$V(x)=\begin{cases}0\,, & x<0\,,\quad x>a\,,\\ V_0\,, & 0\le x\le a\,.\end{cases}$$

15. Розрахувати енергетичний спектр частинки, що рухається в центрально-симетричному потенціалі $V(r)=-\dfrac{e^2}{r}+\dfrac{a}{r^2}$.

16. Показати, що в одновимірному випадку дискретний спектр є невироджений, а неперервний спектр – двократно вироджений.

17. Одновимірний гармонічний осцилятор знаходиться в однорідному електричному полі з напруженістю E, заряд осцилятора e. Знайти енергію і хвильову функцію.

18. Знайти енергію та хвильову функцію частинки, якщо потенціальна енергія має вигляд (яма з нескінченно високими стінками)

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a\,, \\ \infty, & x < 0,\, x > a\,. \end{cases}$$

19. Довести справедливість виразу для векторного добутку $\left[\widehat{\boldsymbol{L}} \times \widehat{\boldsymbol{L}}\right] = i\hbar\widehat{\boldsymbol{L}}$, де $\widehat{\boldsymbol{L}}$ – оператор моменту кількості руху.

20. Знайти енергію та хвильову функцію частинки, якщо потенціальна енергія має вигляд (скінчена яма)

$$V(x) = \begin{cases} -V_0, & -a < x < a\,, \\ 0, & x < -a, \;\; x > a\,. \end{cases}$$

21. Розрахувати в борнівському наближенні диференціальний переріз пружного розсіяння позитивно зарядженої частинки з зарядом q на атомі. Атом складається з ядра з зарядом Ze та електронів, густину заряду яких представити у вигляді $\rho(r) = -e\rho_0 \exp(-\dfrac{r}{a})$, причому внаслідок нейтральності системи має місце умова: $\displaystyle\int \rho(r) d\boldsymbol{r} = -Ze$.

22. Довести операторну тотожність Вейля: $\exp(A)\exp(B) \equiv \exp\left(\dfrac{1}{2}[A,B]\right)\exp(A+B)$, якщо $[A,[A,B]] = [B,[A,B]] = 0$.

23. На частинку, яка знаходиться в потенціальній ямі з нескінченно високими стінками шириною a $(0 < x < a)$ при $t \to -\infty$, накладається слабке однорідне поле

$$V(x,t) = -xF_0 \exp\left(-t^2/\tau^2\right).$$

В першому порядку теорії збурень обчислити імовірність збудження різних станів частинки при $t \to \infty$.